第15講　三角比の拡張

§1　座標を用いた三角比の定義

要点整理 と 公式

要点1　三角比と座標

直角三角形の内角は90°を超えることはない。

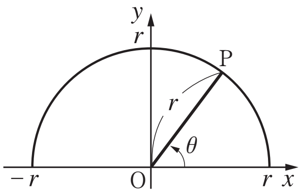
よって，直角三角形を用いて鈍角の三角比を定義することはできない。

ここでは，鈍角も含めた0°以上180°以下の角における三角比を，座標を用いて定義する。

右図のように，原点Oを中心とする半径rの半円をかき，

x軸の正の向きとなす角が，反時計まわり（左まわり）に

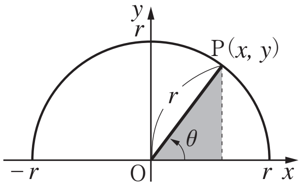
θとなるように，半径OPをとる。



点Pの座標をP$(x,\ y)$とすると，

θが鋭角（$0° < \theta < 90°$）のとき，右図より

$\sin\theta =$　　，　$\cos\theta =$　　，　$\tan\theta =$　　…①　である。

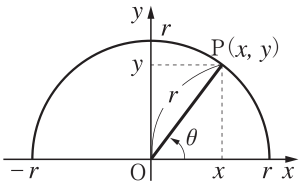


ここで，①におけるx，yを，長さではなく座標として

考えることにより，θが鈍角（$90° < \theta < 180°$）のときや

$\theta = 0°$，$90°$，$180°$のときも含めた三角比を

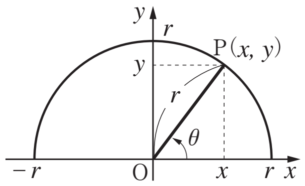
次のように定義する。



■ **三角比の定義**

右図において$0° \leqq \theta \leqq 180°$のとき

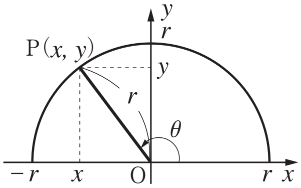
$\sin\theta =$　　，　$\cos\theta =$　　，　$\tan\theta =$



θが鈍角のとき，右図より　$x < 0$　となる。

これと$y > 0$，$r > 0$であることから，

$\sin\theta > 0$，　$\cos\theta < 0$，　$\tan\theta < 0$　である。



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ メモ }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

1

次の三角比の値を求めよ。

(1)　$\sin 120^\circ$，$\cos 120^\circ$，$\tan 120^\circ$

(2)　$\sin 135^\circ$，$\cos 135^\circ$，$\tan 135^\circ$

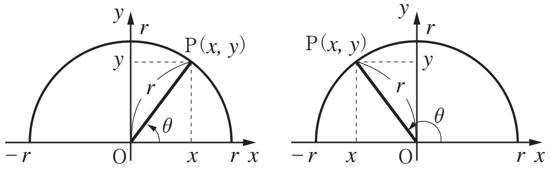
(3)　$\sin 150^\circ$，$\cos 150^\circ$，$\tan 150^\circ$

Point Pickup

三角比の定義

$0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$ のとき

$\sin\theta =$　　，　$\cos\theta =$　　，　$\tan\theta =$



＜θが鋭角＞　＜θが鈍角＞

r と θ を決めると，P の座標 $(x,\ y)$は１つに決まる。

よって，半径 r の長さは自由に決めてよい。

30°，45°，60° の三角比のときに用いた直角三角形の３辺の長さを参考に半径 r を決めるとよい。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

｛解答｝

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§2 ▶ 単位円を用いた三角比の定義

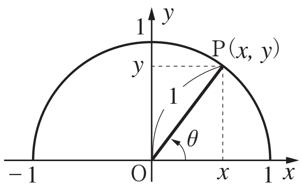
要点整理 と 公式

要点2 単位円と三角比

右図のように，原点 O を中心とする半径 1 の半円をかき，

x 軸の正の向きとなす角が，反時計まわり（左まわり）に

θ となるように，半径 OP をとる。



点 P の座標を P(x, y) とすると，半径が 1 であることより

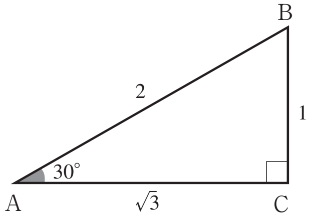
$\sin\theta =$　　　，　　　$\cos\theta =$　　　，　　　$\tan\theta = \dfrac{y}{x}$

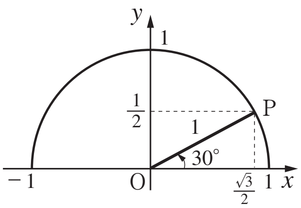
となり，正弦の値は点 P の y 座標，余弦の値は点 P の x 座標と一致する。

また，$0 \leqq y \leqq 1$，$-1 \leqq x \leqq 1$ より，$0 \leqq \sin\theta \leqq 1$，$-1 \leqq \cos\theta \leqq 1$ であることがわかる。

※原点を中心とする半径 1 の円を「単位円」という。

（ex）30° の三角比を単位円で考える。





$\angle A = 30°$，$\angle C = 90°$ の直角三角形 ABC において，斜辺の長さは AB = 2 である。

この△ABC を　　　に縮小したものを考えることにより，点 P の座標は $\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}, \dfrac{1}{2}\right)$ である。

$\sin 30° =$　　　であり，この値は点 P の　　　座標と一致し，

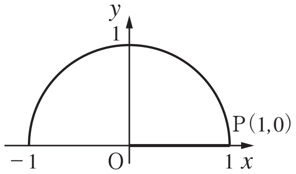
$\cos 30° =$　　　であり，この値は点 P の　　　座標と一致する。

このように，単位円上の点の座標から三角比の値を導くことができる。

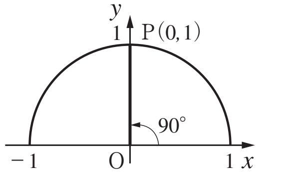
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

要点③ 0°，90°，180° の三角比

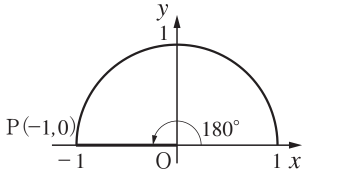
0°，90°，180° の三角比はそれぞれ以下。



sin 0° = 　　，cos 0° = 　　，tan 0° =



sin 90° = 　　，cos 90° = 　　，tan 90° は定義されない。



sin 180° = 　　，cos 180° = 　　，tan 180° =

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

2

次の三角比の値を，単位円を用いて求めよ。

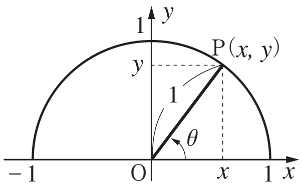
(1)　$\sin 150^\circ$，$\cos 150^\circ$

(2)　$\sin 45^\circ$，　$\cos 45^\circ$

(3)　$\sin 120^\circ$，$\cos 120^\circ$

Point Pickup

単位円を用いた三角比の値



単位円(原点中心，半径 1 の円)の円周上の点 P の座標を P$(x,\ y)$とすると

$\sin\theta =$　　，$\cos\theta =$　　，$\tan\theta = \dfrac{y}{x}$

つまり，

点 P の　　座標が $\cos\theta$ の値　　，点 P の　　座標が $\sin\theta$ の値　　　である。

30°，45°，60° の三角比のときに用いた直角三角形を，斜辺が　　になるにように縮小したものを考え，点 P の座標を求める。

点 P の座標で出てくる 3 つの値　　，　　，　　がどのような角度の三角比のときに出てくるのかを覚えておくとよい。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ 解答 }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§3 ▶ 三角比が与えられたときの角

要点整理 と 公式

要点4 等式を満たす θ

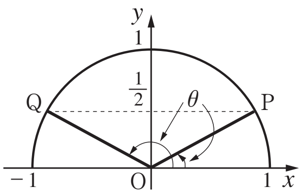
正弦や余弦の値がわかっているとき，その角の大きさを単位円を用いて求めることを考える。

(ex1) $0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$ のとき，$\sin\theta = \dfrac{1}{2}$ を満たす θ を求める。

正弦の値は，単位円の円周上の点の　　座標と一致する。

単位円の円周上で，y 座標が $\dfrac{1}{2}$ となる点は

右図の点 P，Q である。



よって，$\sin\theta = \dfrac{1}{2}$ となる θ は，$\theta =$ 　　，　　である。

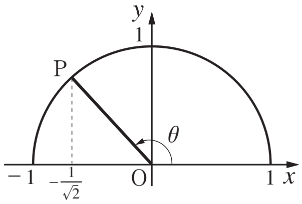
※点 P の x 座標は　　，点 Q の x 座標は　　である。

(ex2) $0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$ のとき，$\cos\theta = -\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ を満たす θ を求める。

余弦の値は，単位円の円周上の点の　　座標と一致する。

単位円の円周上で，x 座標が $-\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ となる点は

右図の点 P である。



よって，$\cos\theta = -\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ となる θ は，$\theta =$ 　　　である。

※点 P の y 座標は　　である。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ メモ }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3

$0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$ のとき，次の等式を満たす θ を求めよ。

(1)　$\sin\theta = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　(2)　$\cos\theta = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

(3)　$\sin\theta = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$　　(4)　$\cos\theta = -\dfrac{1}{2}$

Point Pickup

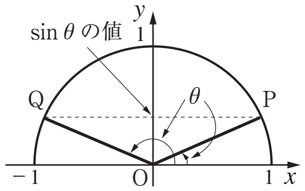
三角方程式（正弦・余弦）

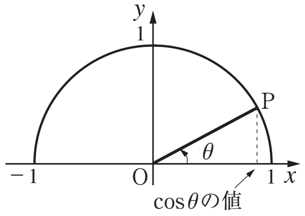
正弦や余弦の値からその角度 θ を求めるときは，

単位円の円周上の点の座標を考える。

$\sin\theta$ の値　→　その値を　　　座標にもつ点

$\cos\theta$ の値　→　その値を　　　座標にもつ点





単位円上にその点 P(Q) を図示し，半径 OP(OQ) と

x 軸の正の向きとのなす角が，求める θ である。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

｛解答｝

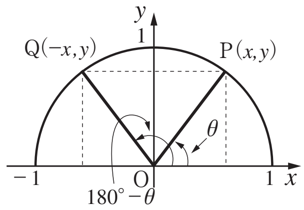
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§4 ▶ 180°－θの三角比，相互関係と単位円

要点整理 と 公式

要点5 180° － θ の三角比

右図のように，OP，OQ と x 軸の正の向きがなす角がそれぞれ θ，$180^\circ-\theta$ となるように点P，点Q をとると，P$(x,\ y)$のとき，Q$(-x,\ y)$となる。



$\sin\theta=$　　　，　$\sin(180^\circ-\theta)=$

$\cos\theta=$　　　，　$\cos(180^\circ-\theta)=$

$\tan\theta=$　　　，　$\tan(180^\circ-\theta)=$

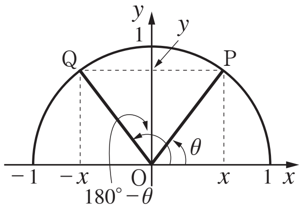
より，以下のことがいえる。

■ **180° － θ の三角比**

$\sin(180^\circ-\theta)=\sin\theta$

$\cos(180^\circ-\theta)=-\cos\theta$

$\tan(180^\circ-\theta)=-\tan\theta$

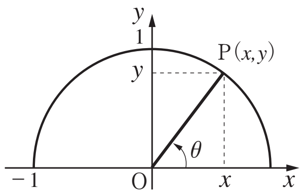


要点6 相互関係と単位円

単位円の円周上の点 P$(x,\ y)$について，

$\cos\theta=x$，　$\sin\theta=y$　…①

$\tan\theta=\dfrac{y}{x}$ …②　　　である。



②の x，y に①を代入して，　$\tan\theta=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$　が成り立つ。

また，三平方の定理により，$x^2+y^2=1$ …③

③の x，y に①を代入して，$\cos^2\theta+\sin^2\theta=1$　が成り立つ。

$\tan\theta=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$，$\cos^2\theta+\sin^2\theta=1$ から，$1+\tan^2\theta=\dfrac{1}{\cos^2\theta}$　が成り立つ。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

よって，$0° \leqq \theta \leqq 180°$ のとき，以下のことが成り立つ。

■ 三角比の相互関係

① $\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$　　② $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$　　③ $1 + \tan^2\theta = \dfrac{1}{\cos^2\theta}$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

4

［1］　次の三角比を，90° 以下の角の三角比で表せ。

（1）　$\sin 153°$　　（2）　$\cos 102°$　　（3）　$\tan 170°$

［2］（1）　$0° \leqq \theta \leqq 180°$　とする。$\sin\theta = \dfrac{4}{5}$ のとき，$\cos\theta$，$\tan\theta$　の値を求めよ。

（2）　$0° \leqq \theta \leqq 180°$　とする。$\tan\theta = -2$ のとき，$\cos\theta$，$\sin\theta$　の値を求めよ。

Point Pickup

180° − θ の三角比（補角の三角比）

$\sin(180° - \theta) = \sin\theta$　　$\cos(180° - \theta) = -\cos\theta$　　$\tan(180° - \theta) = -\tan\theta$

ある角が鈍角のとき，その角度を　180° −●　の形で表すと，●は鋭角となる。

（ex）　118° ＝180° −

上の関係式を用いると，鈍角の三角比を鋭角の三角比で表すことができる。

三角比の相互関係

①　$\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$　　②　$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$　　③　$1 + \tan^2\theta = \dfrac{1}{\cos^2\theta}$

θ が鈍角のとき，$\cos\theta$　　　，$\tan\theta$　　　であることに注意

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

｛解答｝

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第15講　確認テスト

1　次の ア ～ カ に当てはまる値を，下の①～⑥から選べ。ただし，同じ番号を選んでもよいものとする。

(1)　$\sin 120^\circ =$ ア ，　$\cos 120^\circ =$ イ

(2)　$\sin 135^\circ =$ ウ ，　$\cos 135^\circ =$ エ

(3)　$\sin 150^\circ =$ オ ，　$\cos 150^\circ =$ カ

①　$\frac{1}{2}$　②　$\frac{1}{\sqrt{2}}$　③　$\frac{\sqrt{3}}{2}$　④　$-\frac{1}{2}$　⑤　$-\frac{1}{\sqrt{2}}$　⑥　$-\frac{\sqrt{3}}{2}$

2　次の キ ～ ケ に当てはまる値を，下の①～⑥から選べ。

$\tan 120^\circ =$ キ ，$\tan 135^\circ =$ ク ，$\tan 150^\circ =$ ケ

①　$\frac{1}{\sqrt{3}}$　②　1　③　$\sqrt{3}$　④　$-\frac{1}{\sqrt{3}}$　⑤　-1　⑥　$-\sqrt{3}$

3　$0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$ のとき，次の等式を満たす θ を求めよ。

(1)　$\sin\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$　　$\theta =$ コサ $^\circ$，シスセ $^\circ$　　(2)　$\cos\theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}$　$\theta =$ ソタチ $^\circ$

4　次の ツ ～ ト に当てはまる値を，下の①～⑥から選べ。

$\sin(180^\circ - \theta) =$ ツ ，$\cos(180^\circ - \theta) =$ テ ，$\tan(180^\circ - \theta) =$ ト

①　$\sin\theta$　②　$-\sin\theta$　③　$\cos\theta$　④　$-\cos\theta$　⑤　$\tan\theta$　⑥　$-\tan\theta$

5　θ が鈍角で，$\sin\theta = \frac{2}{\sqrt{5}}$ のとき，$\cos\theta = -\frac{\text{ナ}}{\sqrt{\text{ニ}}}$，$\tan\theta = -$ ヌ である。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ Note }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第15講　三角比の拡張

1

(1)　$\sin 120^\circ = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$,　$\cos 120^\circ = -\dfrac{1}{2}$,　$\tan 120^\circ = -\dfrac{\sqrt{3}}{1} = -\sqrt{3}$

(2)　$\sin 135^\circ = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$,　$\cos 135^\circ = -\dfrac{1}{\sqrt{2}}$,　$\tan 135^\circ = -\dfrac{1}{1} = -1$

(3)　$\sin 150^\circ = \dfrac{1}{2}$,　$\cos 150^\circ = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$,　$\tan 150^\circ = -\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

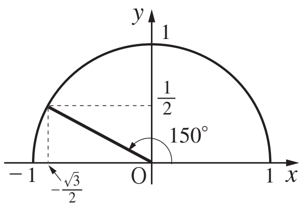
2

(1)　図１より $\sin 150^\circ = \dfrac{1}{2}$,　$\cos 150^\circ = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

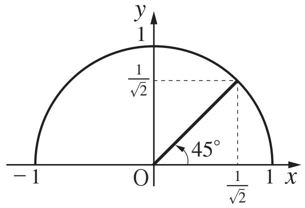
(2)　図２より $\sin 45^\circ = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$,　$\cos 45^\circ = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$

(3)　図３より $\sin 120^\circ = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$,　$\cos 120^\circ = -\dfrac{1}{2}$

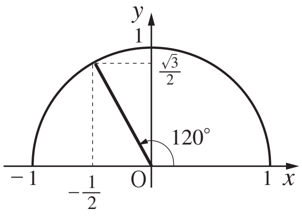
＜図１＞



＜図２＞



＜図３＞

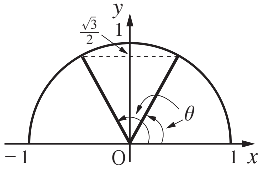


3

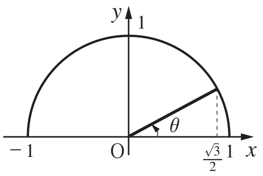
(1)　図１より $\theta = 60^\circ$，120°　　(2)　図２より $\theta = 30^\circ$

(3)　図３より $\theta = 45^\circ$，135°　　(4)　図４より $\theta = 120^\circ$

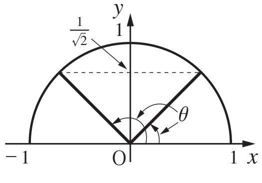
＜図1＞



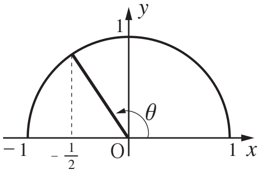
＜図2＞



＜図3＞



＜図4＞



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

4

［1］（1）$\sin 153^\circ = \sin(180^\circ - 27^\circ) = \sin 27^\circ$

（2）$\cos 102^\circ = \cos(180^\circ - 78^\circ) = -\cos 78^\circ$

（3）$\tan 170^\circ = \tan(180^\circ - 10^\circ) = -\tan 10^\circ$

［2］（1）$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ より

$$\cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta = 1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}$$

θ が鋭角のとき，$\cos\theta > 0$

よって $\cos\theta = \dfrac{3}{5}$　　$\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta} = \dfrac{4}{5} \div \dfrac{3}{5} = \dfrac{4}{3}$

θ が鈍角のとき，$\cos\theta < 0$

よって $\cos\theta = -\dfrac{3}{5}$　　$\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta} = \dfrac{4}{5} \div \left(-\dfrac{3}{5}\right) = -\dfrac{4}{3}$

よって $\cos\theta = \dfrac{3}{5}$，$\tan\theta = \dfrac{4}{3}$　　または $\cos\theta = -\dfrac{3}{5}$，$\tan\theta = -\dfrac{4}{3}$

（2）$\dfrac{1}{\cos^2\theta} = 1 + \tan^2\theta = 1 + (-2)^2 = 5$

よって $\cos^2\theta = \dfrac{1}{5}$

$\tan\theta < 0$ より θ が鈍角。よって，$\cos\theta < 0$ より $\cos\theta = -\dfrac{1}{\sqrt{5}}$

$\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$ より　$\sin\theta = \tan\theta\cos\theta = (-2) \times \left(-\dfrac{1}{\sqrt{5}}\right) = \dfrac{2}{\sqrt{5}}$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第15講 確認テスト

1 次の ア ～ カ に当てはまる値を，下の①～⑥から選べ。ただし，同じ番号を選んでもよいものとする。

(1) $\sin 120^\circ =$ ア ，$\cos 120^\circ =$ イ

(2) $\sin 135^\circ =$ ウ ，$\cos 135^\circ =$ エ

(3) $\sin 150^\circ =$ オ ，$\cos 150^\circ =$ カ

① $\frac{1}{2}$　② $\frac{1}{\sqrt{2}}$　③ $\frac{\sqrt{3}}{2}$　④ $-\frac{1}{2}$　⑤ $-\frac{1}{\sqrt{2}}$　⑥ $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

2 次の キ ～ ケ に当てはまる値を，下の①～⑥から選べ。

$\tan 120^\circ =$ キ ，$\tan 135^\circ =$ ク ，$\tan 150^\circ =$ ケ

① $\frac{1}{\sqrt{3}}$　② 1　③ $\sqrt{3}$　④ $-\frac{1}{\sqrt{3}}$　⑤ -1　⑥ $-\sqrt{3}$

3 $0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$ のとき，次の等式を満たす θ を求めよ。

(1) $\sin\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$　$\theta =$ コサ °， シスセ °　(2) $\cos\theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}$　$\theta =$ ソタチ °

4 次の ツ ～ ト に当てはまる値を，下の①～⑥から選べ。

$\sin(180^\circ - \theta) =$ ツ ，$\cos(180^\circ - \theta) =$ テ ，$\tan(180^\circ - \theta) =$ ト

① $\sin\theta$　② $-\sin\theta$　③ $\cos\theta$　④ $-\cos\theta$　⑤ $\tan\theta$　⑥ $-\tan\theta$

5 θ が鈍角で，$\sin\theta = \frac{2}{\sqrt{5}}$ のとき，$\cos\theta = -\frac{\boxed{ナ}}{\sqrt{\boxed{ニ}}}$，$\tan\theta = -$ ヌ である。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

｛解答｝

1　(1)　ア　③　　イ　④　　(2)　ウ　②　　エ　⑤

(3)　オ　①　　カ　⑥

2　キ　⑥　　ク　⑤　　ケ　④

3　(1)　コ　4　　サ　5　　シ　1　　ス　3　　セ　5

(2)　ソ　1　　タ　5　　チ　0

4　ツ　①　　テ　④　　ト　⑥

5　ナ　1　　ニ　5　　ヌ　2

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。